

EX-4 : Lister les différences (avantages et inconvénients) entre la méthode du pivot de gauss et la méthode de cholesky :

- Conditions d'application. Nombre d'opérations. Stockage en mémoire.
- Compter le nombre d'opérations d'une résolution du système  $LU X = b$ . De même, compter le nombre d'opérations du calcul de la matrice inverse  $A^{-1}$  de  $A$ .
- Dans un problème donné, on est amené à résoudre le système  $AX = b$  milles fois successives. Sachant que la dimension de la matrice  $A$  est de 100, est-il avantageux de calculer la matrice inverse  $A^{-1}$  ou d'effectuer la factorisation  $A = LU$ ?

EX-5 : Pour résoudre le système  $A^2 X = b$  connaissant  $A$ , quelle methode faut il utiliser pour ameliorer le coût du nombre d'operations ?

EX-6 :  $A$  est une matrice tridiagonale symétrique, Comment faut il la factoriser ?

Compter le nombre d'opérations nécessaires à cette factorisation et la résolution de  $Ax = b$ .

EX-7 : Montrer que si  $A$  est  $(2p + 1)$  diagonal est à dire que  $a_{ij} = 0$  pour  $|i - j| \geq p + 1$ , et si  $A$  possède une factorisation  $LU$  alors  $L$  et  $U$  sont  $(p + 1)$  diagonales.

EX-8 : On considère deux réels  $\alpha$  et  $\beta$  et une matrice tridiagonale  $A \in M_n(\mathbb{R})$  tels que :

$$\begin{aligned} a_{ii} &= \alpha \\ a_{i,i+1} &= \beta \\ a_{i+1,i} &= \beta \end{aligned}$$

1. Trouver la (ou les) condition que doit vérifier  $\alpha$  et  $\beta$  pour que la matrice soit définie positive.
2. Calculer le nombre d'opérations de la factorisation de Cholesky correspondante.
3. Dans le cas où la matrice  $A$  est pleine (no tridiagonale) telle que

$$\begin{aligned} a_{ii} &= \alpha \\ a_{ij} &= \beta \quad \text{pour } i \neq j \end{aligned}$$

Calculer le nombre d'opérations de la factorisation  $LU$  correspondante sans répétition des termes égaux.

EX-9 : On cherche à résoudre les systèmes  $AX_1 = b_1$  et  $A^t X_2 = b_2$  avec  $A \in M_n(\mathbb{R})$  inversible;  $X_1, X_2, b_1$  et  $b_2$  sont des vecteurs de  $\mathbb{R}^n$ . Proposer la méthode de résolution la moins coûteuse. Quel est le nombre d'opérations effectué. Dans le cas où la matrice est symétrique, quelle méthode utilise-t-on et quel est le nombre d'opérations correspondant.

*diffuse positive*